

Comment distinguer le vrai du faux ?

Vincent Lesbros, 13-15-19-20 février 2025

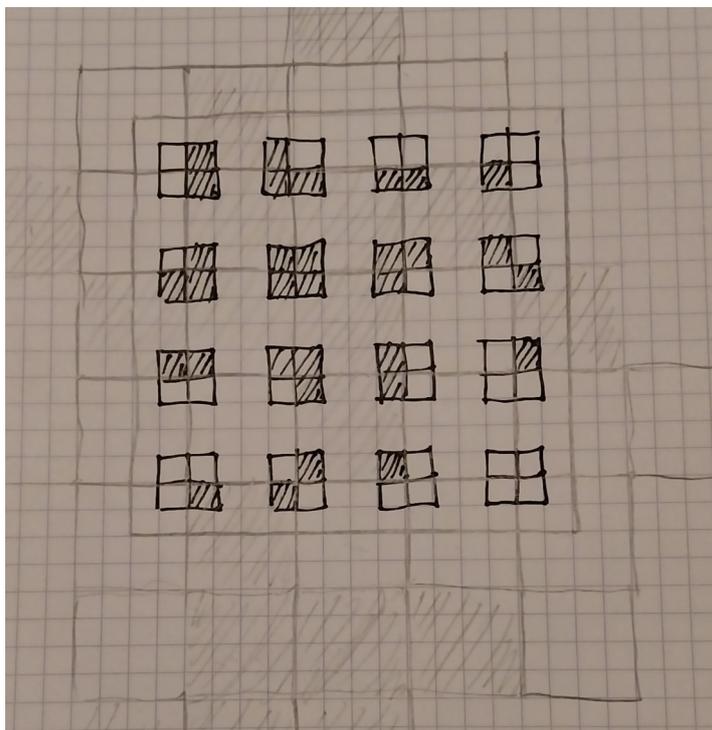


Figure 1

Pour préparer le Café Philo Écolo du 22 février 2025, sur la question « COMMENT DISTINGUER LE VRAI DU FAUX ? », je commence par une exploration de la logique booléenne.

L'algèbre de Boole est basée sur un ensemble constitué de deux valeurs : le vrai et le faux. On abstrait ces deux notions, et on crée des opérations sur cet ensemble à deux éléments, c'est-à-dire des fonctions qui à deux valeurs prises dans cet ensemble dans un ordre fixé donnerons en résultat une et une seule valeur de ce même ensemble. On observe ensuite les propriétés de ses fonctions, et on en déduit des façons de résoudre des équations dans ce langage. Par exemple, l'opération est elle commutative (si oui on peut inverser l'ordre des arguments sans changer le résultat), etc. La mathématique ne s'occupe pas de savoir à quoi cela pourra servir concrètement, ni de ce que peuvent représenter les deux éléments de l'ensemble, mais pour la logique, on verra que cela touche de près à nos raisonnements : les déductions, les implications, les conjonctions les exclusions, etc.

Mon approche est d'abord graphique. Les mathématiques sont certainement le domaine de l'abstrait par excellence, mais j'ai besoin de me représenter les choses, avec des dessins, avant d'arriver aux formules. Alors, pour comprendre la logique, je fais des dessins sur des feuilles de papier à petits carreaux. Puis j'imagine que ses petits carreaux peuvent s'animer, se transformer, et les règles de ce petit monde correspondent finalement à celles résumées et distillées dans les formules impénétrables des mathématiciens.

Première dimension



Voici mon ensemble de deux éléments, un carré blanc, un carré noir, avec des bords rouges pour les voir sur la feuille.

Puis je dispose quatre carrés en ligne, de cette façon :



Je répète le motif :



Si je déplace une fenêtre de deux carrés consécutifs dans cette ligne (en vert),

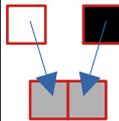


quelle que soit la position de la fenêtre, je ne peux obtenir que 4 motifs différents que voici :



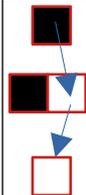
Je vais les appeler des *dominos*, mais je souhaite empêcher les rotations et les conserver horizontalement. En effet, si on faisait tourner le premier de 180° , on retrouverait le troisième. Dans mes dominos, la droite et la gauche sont importantes, car je vais construire mes premières opérations en me basant sur cette distinction¹.

Convention : J'utilise la couleur d'un carré pour désigner un côté d'un domino.
je décide que le carré blanc désigne le côté gauche d'un domino et que le noir désigne sa partie droite.



Définition : chaque type de domino correspond alors à une opération unaire, une fonction prenant un carré en paramètre et donnant un carré en résultat. La couleur du résultat étant la couleur du côté du domino désigné par la couleur du paramètre.

Exemple : Si on donne un carré noir au premier domino, on désigne sa partie droite, celle-ci est blanche, donc le résultat sera blanc.



En haut on a le paramètre, ou argument de la fonction, au milieu la fonction, et en bas le résultat.

Nous avons ainsi récréé les 4 fonctions logiques unaires :

Le premier domino inverse la couleur de son paramètre.

Le second donne toujours du blanc, le paramètre n'a pas d'influence.

Le troisième donne un carré de la même couleur que celle du paramètre.

Enfin, le quatrième donne toujours un résultat noir.

En résumé, que peut-on faire connaissant une proposition logique A vraie ou fausse ?

L'inverser : $\text{Non}(A)$ est Vraie si A est Fausse, et Fausse si A est Vraie. C'est la négation. Domino 1.

Ne pas s'occuper de la vérité de A et répondre toujours Vrai ou toujours Faux. Dominos 2 et 4.

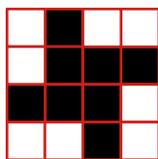
¹ La façon d'arriver à ces quatre dominos n'est pas importante. Cependant, si vous cherchez toutes les combinaisons possibles faites de deux carrés noir ou blanc juxtaposés horizontalement, vous ne trouverez que ces $2^2 = 4$ combinaisons.

Conserver la valeur de A à l'identique. $\text{Id}(A) = A$. C'est l'identité. Domino 3.

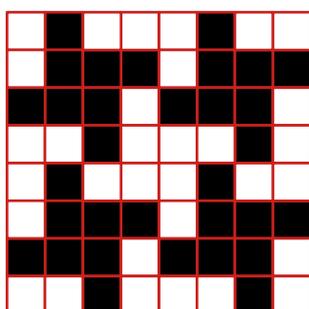
Seconde dimension

Je souhaite maintenant combiner les valeurs de vérité de deux propositions A et B, et donc construire des opérations prenant deux paramètres et délivrant une valeur de vérité unique.

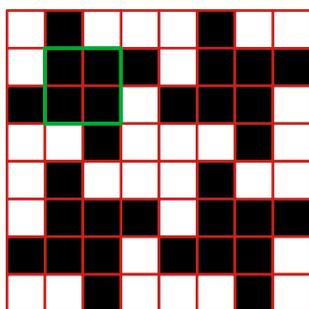
Je trace une grille carrée de 4x4, seize cases, et je noirci 8 de ses cases de cette façon :



Le motif est tel, que si on le reproduit pour couvrir le plan, les formes noires et les formes blanches sont identiques et incrustées, emboîtées les unes dans les autres.



La figure reproduite 4 fois.



Et cette fois ci, je déplace sur la grille une fenêtre de 4 carrés (2x2).

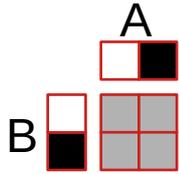
J'obtiens alors 16 « pavés » de 2x2 distincts, en conservant l'orientation comme la fois précédente. La figure 1, en tête de l'article, donne une construction équivalente de ces seize combinaisons².

Convention : la couleur du premier paramètre désignera la colonne, pour rester cohérent le blanc pour la gauche et le noir à droite. La couleur du second paramètre désignera la ligne : blanc pour la ligne du haut, noir pour la ligne du bas.

Définition : chaque pavé de quatre carrés de deux colonnes et deux lignes représente une opération logique binaire, c'est-à-dire une fonction de deux éléments, pris dans notre ensemble, délivrant un élément de notre ensemble.

La couleur du résultat sera la couleur du quadrant désigné par la couleur des arguments d'après les conventions.

² On peut remarquer que si on déplace la fenêtre de deux crans à droite ou à gauche ET de deux crans en bas ou en haut, on obtient le pavé inverse (les couleurs inversées dans les quatre quadrants du pavé).



La couleur du premier paramètre A désigne la colonne, la couleur du second paramètre désigne la ligne. À la place du pavé grisé, on place un des seize types de pavé, la couleur du résultat est à lire à l'intersection de la colonne et de la ligne sélectionnée par les couleurs des arguments A et B.

Exemples

La variable A est reproduite par le pavé suivant :



Si A est noir, le résultat sera noir quelque soit la couleur de B, si A est blanc le résultat sera blanc, quelque soit la couleur de B.

Le pavé reproduisant B est le suivant :



Le résultat aura la couleur de B indépendamment de la couleur de A.

Ce pavé :



Ne donne du noir que si A et B sont blancs.

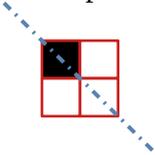
Mais on peut l'interpréter autrement : le résultat sera blanc si soit A soit B est noir, quelque soit la valeur de l'autre !

Remarque

Avant d'en arriver à la correspondance avec les formules de la logique, ce qui nécessitera de prendre une convention supplémentaire, on peut déjà remarquer une propriété de certains pavés que ne possède pas d'autres. Par exemple, j'évoquais la commutativité : si je permute les variables A et B, le résultat sera-t-il le même ?

C'est le cas pour tous les pavés qui sont symétriques par rapport à la diagonale haut-gauche bas-droite.

Notre pavé :



est symétrique par rapport à cette diagonale. Donc, retourner la figure selon cet axe ne change pas ses couleurs. Ce retournement est équivalent à l'inversion des paramètres A et B.

Cette opération est donc commutative.

Par contre si on retourne la fonction donnant A selon cet axe on obtient la fonction donnant B et inversement.



Les mathématiciens explorent ce type de propriétés de ces *opérations* ou de ces *lois*, à fin d'en comprendre les structures. Par exemple, étant donné un pavé, existe-t-il un élément neutre ? C'est-à-dire un carré noir ou blanc dans notre cas, tel que si on le donne en argument premier ou second à notre pavé le résultat sera toujours de la couleur de l'autre argument.

Hum... Je vous ai perdu ? C'est pourtant simple, courage :

Si * représente un pavé. Et $*(A, B)$ représente le résultat, existe-t-il une couleur e tel que $*(A, e) = *(e, A) = A$?

Exemple :



Pour ce pavé, l'élément neutre est le noir.

En effet, si le second argument est noir, cela sélectionne la ligne du bas, qui est de la même couleur que le premier argument, et si c'est le premier argument qui est noir, cela sélectionne la colonne de droite qui est de la même couleur que le second argument.

Ensuite, on peut chercher et trouver quantité d'autres propriétés. L'associativité par exemple, est-ce que $*(A, *(B, C))$ est égal à $*(*(A, B), C)$?

Et le « truc » des mathématiciens est finalement de savoir manipuler les structures simplement en observant la liste des propriétés qu'elles possèdent. Sans s'occuper, ni de ce que sont ou représentent les éléments, ni de savoir s'ils peuvent ou non exister et par quel mécanisme cela se réalise, ou pas.

Nous en arrivons enfin à la question qui nous préoccupe, **comment distinguer le vrai du faux ?**

Pour en arriver à la logique, je suis obligé de prendre une nouvelle convention. Vous pouvez observer, depuis le début, que rien ne permet de distinguer le blanc du noir, au point de vue des formes et des propriétés. À mon sens, il en est de même dans la logique. Structurellement, le vrai et le faux se valent.

Décidons :

Convention : Le blanc est Faux, le noir est Vrai !

Cela me permet de nommer chaque fonction et d'établir la correspondance avec les formules de la logique classique³.

 A	 $\neg A+B$	 B	 $\neg A.B$
 A+B	 Vrai = $A+\neg A = B+\neg B$	 $\neg A+\neg B$	 A = B
 $\neg B$	 A+ $\neg B$	 $\neg A$	 A. $\neg B$
 A.B	 A \neq B	 $\neg A.\neg B$	 Faux = A. $\neg A$ = B. $\neg B$

Notes : le signe « \neg » indique la négation, $\neg A$ se prononce « non A », c'est la première fonction du chapitre à une dimension ci-dessus.

Le signe « . » dénote la conjonction, le ET logique. La formule « A.B » se prononce A et B, elle n'est vraie que si A et B sont vraies simultanément.

Le signe « + » dénote la disjonction, le OU logique. La formule « A+B » est vraie si au moins un des deux paramètres est vrai.

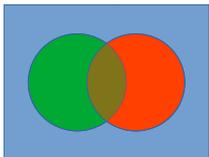
En utilisant la symétrie par rapport à la diagonale, on trouve rapidement les fonctions commutatives : Vrai, A+B, A.B, A=B et leurs inverses : Faux, $\neg A.\neg B$, $\neg A+\neg B$, A \neq B

Isomorphismes :

Il existe d'autres ensembles de deux éléments auxquels on peut associer des fonctions ayant les mêmes propriétés.

Par exemple, on peut faire une analogie entre le ET et le produit des deux entiers 0 et 1, si on pose que faux est 0, que vrai est 1. La multiplication devient similaire au ET logique. 0 fois x donne 0, 1 fois x donne x, comme Faux ET x donne Faux et Vrai ET x donne x.

Une analogie plus complète est de faire correspondre l'union ensembliste avec le OU logique et l'intersection avec le ET.



Dans ce schéma, le premier cercle représente l'ensemble A en vert, et le second cercle l'ensemble B, en orange. Le bleu représente ce qui n'est ni dans A ni dans B, le marron ce qui est à la fois dans

³ Les pavés sont équivalents aux tables de vérités.

A et dans B. En combinant de toutes les manières possibles les quatre surfaces ainsi délimitées, on peut établir la correspondance avec les 16 fonctions précédentes.

Par exemple : $A.B$ est la partie marron, à la fois dans le cercle A et le cercle B.

$A+B$ est l'union des parties qui ne sont pas bleues.

$\neg A$ est l'union de la partie bleue et de la partie orange vif.

Etc...

Une fonction intéressante est la différence symétrique, l'union de la partie vert vif et orange vif : être soit dans A soit dans B mais pas dans les deux à la fois. Elle correspond à notre pavé



$$A \neq B \Leftrightarrow (A.\neg B) + (\neg A.B)$$

$$C'est\ inverse\ de\ l'equivalence : A = B \Leftrightarrow (A.B) + (\neg A.\neg B)$$

On l'appelle également Ou exclusif, XOR pour les informaticiens.

La logique classique donne des règles pour manipuler ces formules sans changer leur valeur de vérité.

Par exemple, les *Lois de De Morgan*, expriment :

$$\neg(A.B) \Leftrightarrow (\neg A + \neg B)$$

et

$$\neg(A+B) \Leftrightarrow (\neg A.\neg B)$$

La double négation :

$$\neg\neg A = A$$

Un principe : *Le tiers exclu*

$$(A + \neg A)$$

Exemple : « Socrate est vivant ou mort »

Il n'y a pas de cas intermédiaire entre les deux états A et $\neg A$.

Avec la double négation et la seconde loi de De Morgan, on peut transformer :

$$(A + \neg A)$$

$$\Leftrightarrow \neg\neg(A + \neg A)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg A.A)$$

$$\Leftrightarrow \neg(A.\neg A)$$

Cette formule $(A + \neg A)$ toujours Vraie est une *tautologie*.

Sous cette forme, $\neg(A.\neg A)$, on le nomme *principe de non contradiction* : on ne peut à la fois affirmer et nier le même terme ou la même proposition.

Sans perdre de temps, je voudrai attirer votre attention sur la fonction nommée « implication ».

Notons la $A \Rightarrow B$, prononcez « A implique B », ou encore « A si et seulement si B », « si A alors B ».

Elle correspond à ce pavé :



$$\neg A + B$$

Il ne s'agit pas d'une « déduction », la valeur de $A \Rightarrow B$ dépend de la valeur de A et de la valeur de B, mais n'indique pas un lien de cause à effet.

Si on regarde de plus près : dans le cas où A est Vraie, B doit être Vraie pour que l'implication le soit. Par contre, si A est Faux, l'implication est Vraie quelle que soit la valeur de B !

Principe d'explosion : « ex falso quodlibet », d'une contradiction on peut déduire ce que l'on veut.
Faux => X est Vrai.

Discussion

La logique classique, ou logique booléenne, se base sur les valeurs de vérité, Vrai ou Faux en excluant toute autre possibilité. Or cela a ses limites, et a conduit par exemple à l'élaboration de la logique intuitionniste, pour s'affranchir de résultats contre-intuitifs. Dans cette logique, la notion de vérité est remplacée par la notion de preuve constructive.⁴

Interview de ChatGPT, je colore les réponses de ChatGPT en INDIGO pour les distinguer.

Ma question

Dans le cadre de l'étude philosophique de la question « Comment distinguer le vrai du faux ? », je commence par exposer le fonctionnement de la logique booléenne, ou logique classique. Cependant, celle-ci intègre des notions contre-intuitives, telle que celle donnée par le principe d'explosion : « d'une contradiction, on peut déduire ce que l'on veut. ». J'aimerais, à partir de là, expliquer la naissance de la logique intuitive et autres formes de logique.

Raisonnement terminé pendant 6 secondes

L'utilisateur s'interroge sur la manière de distinguer le vrai du faux en philosophie. Je commence par introduire la logique booléenne, qui est la logique classique. Cela comporte des concepts contre-intuitifs, notamment le principe de l'explosion : « d'une contradiction, on peut déduire ce que l'on veut ». À partir de là, il semble logique d'explorer la naissance de la logique intuitive et de d'autres formes de logique qui furent développées pour dépasser ces paradoxes.

Pour répondre à la question, on peut expliquer que la logique booléenne classique repose sur des principes comme le tiers exclu et la non-contradiction, mais le principe d'explosion, où d'une contradiction on peut déduire n'importe quoi, remet en question la notion de vérité. Cela a conduit à l'émergence de logiques alternatives comme la logique intuitionniste (fondée sur le constructivisme de Brouwer), la logique paraconsistante et la logique floue, qui ont cherché à résoudre des problèmes liés à la vague, l'indétermination et la contradiction.

Réponse

Pour commencer, il est utile de rappeler que la logique classique (ou logique booléenne) repose sur deux principes fondamentaux : le principe de non-contradiction et le principe du tiers exclu. Le premier stipule qu'une proposition ne peut être à la fois vraie et fausse simultanément, tandis que le second affirme qu'une proposition est soit vraie, soit fausse, sans possibilité d'intermédiaire.

⁴ « Pour les intuitionnistes, némésis du projet de Hilbert, un énoncé mathématique affirmant l'existence d'un certain objet ne devrait pas être considéré comme prouvé si la preuve n'indique pas comment construire cet objet. Ce qui les fâche, donc, c'est le raisonnement par l'absurde : une façon de prouver qu'un objet existe, en logique classique, est de supposer qu'il n'existe pas, et d'aboutir à une contradiction. Alors, puisqu'il ne peut pas ne pas exister, c'est donc qu'il existe ! Mais on n'est pas plus avancé s'il s'agit de le trouver. La logique intuitionniste ne pas permet pas cette facilité. Cela peut sembler un peu gratuit, comme de se lancer dans le saut à la perche sans perche, mais avec l'importance croissante de l'informatique, les preuves qui fournissent un algorithme pour construire les objets mathématiques ont le vent en poupe. » (<http://www.carolinevernier.website/constructive.html>)

Le principe d'explosion et ses limites

Un des aspects les plus contre-intuitifs de la logique classique est le **principe d'explosion** (*ex falso quodlibet*) : dès qu'une contradiction apparaît dans un système, il devient possible d'en déduire n'importe quelle proposition. Cela signifie que si l'on parvient à établir simultanément une proposition et sa négation, la structure déductive du système se trouve compromise, car toute assertion peut alors être démontrée. Cette situation soulève des problèmes philosophiques majeurs quant à la manière dont nous distinguons le vrai du faux, surtout dans des contextes où des contradictions semblent inévitables ou naturelles (comme dans certains raisonnements complexes ou dans des situations réelles ambiguës).

L'émergence de la logique intuitionniste

C'est précisément pour remédier à ces aspects problématiques que d'autres systèmes logiques ont été développés. La **logique intuitionniste** est née d'un courant constructiviste en mathématiques, porté notamment par L.E.J. Brouwer, et formalisée par Arend Heyting. Voici quelques caractéristiques clés :

- **Rejet du tiers exclu** : Contrairement à la logique classique, l'intuitionnisme ne considère pas qu'une proposition est nécessairement vraie ou fausse de manière absolue. Pour qu'une proposition soit considérée comme vraie, il faut disposer d'une preuve constructive de sa véracité.
- **Prudence dans la déduction** : En refusant d'accepter des principes qui ne reposent pas sur une construction concrète, la logique intuitionniste évite certaines déductions qui, bien que valides en logique classique (comme l'explosion), ne semblent pas intuitivement acceptables.

Ce déplacement de paradigme permet une approche plus nuancée de la vérité, en insistant sur l'idée que connaître la vérité d'une proposition revient à pouvoir la démontrer de manière effective.

Autres formes de logique et leurs motivations

Au-delà de l'intuitionnisme, plusieurs autres logiques non classiques ont vu le jour, chacune répondant à des besoins spécifiques ou à des critiques de la logique classique :

- **Logique paraconsistante** : Contrairement à la logique classique, une logique paraconsistante permet d'accueillir des contradictions sans que celles-ci n'entraînent l'effondrement total du système (c'est-à-dire sans déduire arbitrairement toute proposition). Cela est particulièrement utile dans les contextes où l'on doit gérer des informations incohérentes ou conflictuelles (comme en intelligence artificielle ou dans certaines théories sociales).
- **Logique floue (fuzzy logic)** : Cette approche admet des degrés de vérité entre le vrai et le faux, plutôt que de s'en tenir à une dichotomie stricte. Cela reflète mieux la complexité et l'imprécision des situations du monde réel.
- **Logiques modales et autres logiques non standard** : Ces systèmes étendent la logique classique pour traiter des notions telles que la possibilité, la nécessité ou des états de connaissance variables, ce qui permet de modéliser des raisonnements plus proches de notre intuition sur le savoir et la croyance.

Conclusion

En somme, le développement de logiques alternatives, telles que la logique intuitionniste, découle d'une volonté de mieux appréhender la réalité et de répondre aux limites perçues de la logique classique. Alors que cette dernière offre une structure rigoureuse et élégante pour le raisonnement, elle impose également des règles (comme l'explosion) qui peuvent apparaître trop abstraites ou éloignées des intuitions quotidiennes. Les logiques non classiques, en introduisant des critères de preuve constructifs ou en permettant de gérer des contradictions sans effondrement total, offrent ainsi des outils complémentaires pour distinguer le vrai du faux dans des contextes plus nuancés et réalistes.

Question

À partir de là, peux-tu montrer le lien avec le théorème de Gödel et ses implications ?

Raisonne sur le théorème de Gödel et ses implications pendant 34 secondes

Ok, donc si je relie la question de distinguer le vrai du faux avec le théorème de Gödel, je pense aux implications de l'incomplétude. Le théorème montre que dans certains systèmes logiques, certains énoncés ne peuvent être ni prouvés ni réfutés à partir des axiomes, ce qui touche à l'idée de vérité et fausseté. Cela rejoint aussi la logique intuitionniste et d'autres logiques non classiques, qui questionnent la validité des principes comme celui de l'explosion.

Le théorème d'incomplétude de Gödel montre qu'un système formel suffisamment puissant, comme celui capable d'arithmétique, est incomplet : il existe des déclarations vraies qui ne peuvent être prouvées à l'intérieur du système. Cela évince l'idée classique selon laquelle vérité et prouvabilité sont équivalentes. En lien avec "Comment distinguer le vrai du faux ?", cela montre que la vérité n'est pas toujours liée à la capacité de prouver formellement les propositions.

Le théorème d'incomplétude de Gödel démontre qu'un système formel cohérent et puissant ne peut pas prouver tous les énoncés vrais dans l'interprétation standard. Cela remet en cause l'idée selon laquelle la vérité serait équivalente à la démontrabilité. Cela ouvre des perspectives plus nuancées sur la vérité, dépassant les méthodes formelles. Les logiques non classiques, comme l'intuitionnisme, font écho à cette idée, soulignant l'importance d'une preuve constructive, et reconnaissant que certaines vérités échappent à la démonstration formelle classique.

Réponse

Le théorème d'incomplétude de Gödel s'inscrit dans la même quête que celle qui anime les logiques non classiques : comment établir, par des moyens formels, une distinction fiable entre ce qui est vrai et ce qui est faux.

1. Le théorème d'incomplétude en bref

Gödel démontre, dans son premier théorème d'incomplétude, qu'au sein de tout système formel suffisamment puissant (par exemple, un système arithmétique) et cohérent, il existe des énoncés qui, bien que vrais dans l'interprétation standard, ne puissent être prouvés dans ce système. En d'autres termes, la vérité ne coïncide pas nécessairement avec la démontrabilité formelle. Son

second théorème renforce cette idée en montrant qu'un système cohérent ne peut pas démontrer sa propre cohérence.

2. Liens avec la logique classique et les logiques alternatives

Une remise en cause de la complétude

La logique classique, avec ses principes comme le tiers exclu et l'explosion, postule une dichotomie stricte entre vrai et faux. Cependant, Gödel révèle une limite fondamentale de cette approche : même dans un système rigoureusement formalisé, il existe des vérités qui échappent à la démonstration. Cela suggère que la logique formelle, aussi rigoureuse soit-elle, ne peut saisir l'ensemble des vérités mathématiques.

Vers une approche plus nuancée de la vérité

Cette constatation a inspiré le développement de logiques alternatives, comme la logique intuitionniste. Dans cette perspective, la vérité d'un énoncé n'est reconnue que lorsqu'une preuve constructive est fournie. Le refus du tiers exclu en intuitionnisme est en partie motivé par la prise de conscience, grâce à Gödel, qu'une simple dichotomie vrai/faux peut être trop restrictive pour appréhender certaines réalités mathématiques.

3. Implications philosophiques et épistémologiques

La nature de la vérité

Gödel nous oblige à repenser le lien entre preuve et vérité. Alors que la logique classique tend à réduire la vérité à ce qui peut être démontré, l'incomplétude démontre que la vérité peut dépasser les limites d'un système formel. Cela alimente le débat philosophique sur la nature de la connaissance et sur la manière dont nous pouvons, ou non, atteindre une compréhension complète de la réalité.

Les limites des systèmes formels

La reconnaissance des limites intrinsèques des systèmes formels – qu'ils soient classiques ou non – a des répercussions profondes sur la manière dont nous envisageons la recherche de la vérité. Elle incite à adopter une approche pluraliste en logique, où différentes méthodes et systèmes (comme la logique paraconsistante ou la logique floue) viennent compléter le tableau. Chaque système offre des outils adaptés à des situations particulières, permettant de contourner les paradoxes et les contradictions que le formalisme classique ne saurait gérer de manière satisfaisante.

Conclusion

En somme, le théorème d'incomplétude de Gödel souligne que la quête pour distinguer le vrai du faux ne peut se limiter à une approche strictement formelle. Si la logique classique offre une structure puissante et élégante, elle révèle, à travers Gödel, ses limites quant à la capture de toutes les vérités. Les logiques non classiques, notamment l'intuitionnisme, se présentent alors comme des réponses à ces limites, en proposant des critères de vérité qui tiennent compte de la constructibilité des preuves et des situations où la dichotomie traditionnelle ne suffit plus. Ainsi, Gödel ne remet

pas seulement en cause l'idée d'un système complet de déduction, mais il invite également à une réflexion plus profonde sur les fondements de la connaissance et sur les divers moyens d'appréhender la vérité.

Question

Dans la vie actuelle, faire la distinction entre le vrai et le faux devient crucial face aux fake news et thèses conspirationnistes. Peux-tu suggérer des angles d'approche ouvrant un débat philosophique sur ces questions ?

Raisonné sur la vérité et les fausses informations pendant 12 secondes

L'utilisateur cherche des approches pour ouvrir un débat philosophique sur la distinction entre vrai et faux, notamment face aux fake news. Cela pourrait impliquer, par exemple, une réflexion épistémologique sur la notion de vérité : qu'est-ce que la vérité et comment pouvons-nous être sûrs qu'une information est vraie ? On pourrait aussi aborder le problème des logiques alternatives, pourquoi parfois des théories du complot trouvent-elles un public. Nous pourrions proposer d'autres angles comme l'interprétation des preuves et le rôle des médias.

Pour répondre à cette question, voici différentes angles que l'on pourrait aborder dans un débat philosophique :

1. ***L'épistémologie et la théorie de la connaissance*** : *Que signifie la vérité ? Est-ce une correspondance à une réalité objective ou le fruit d'un consensus ?*
2. ***La philosophie de la science*** : *L'idée de falsifiabilité et la pratique fondée sur les preuves.*
3. ***La philosophie critique*** : *Analyser comment les théories du complot et les fake news révèlent des problématiques sur la preuve et la confiance.*
4. ***La psychologie cognitive*** : *L'influence des biais et heuristiques sur la formation des croyances.*

Réponse

Pour ouvrir un débat philosophique sur la distinction entre le vrai et le faux à l'ère des fake news et des théories du complot, plusieurs angles d'approche peuvent être envisagés :

1. Épistémologie et Nature de la Vérité

- **Vérité comme Correspondance vs. Vérité Constructiviste** : Explorer la conception classique de la vérité (correspondance à une réalité objective) face à l'idée que la vérité est en partie construite par des communautés culturelles et sociales. Ce questionnement soulève l'interrogation sur les critères de validité et de justification des connaissances, à l'heure où les sources d'information se multiplient et se contredisent.
- **Critère de Justification** : Dans un contexte où les preuves et les raisonnements sont souvent remis en cause (même dans des cadres formels, comme l'illustrent les limites de la logique classique avec le

principe d'explosion et le théorème d'incomplétude de Gödel), il est pertinent de se demander ce qui constitue une preuve suffisante pour distinguer le vrai du faux.

2. Logique, Raisonnement et Biais Cognitifs

- **Rôle de la Logique Formelle et ses Limites :**
La logique classique offre une structure rigoureuse, mais elle ne prend pas en compte les erreurs de raisonnement induites par les biais cognitifs. Par exemple, les biais de confirmation ou de disponibilité peuvent amener des individus à accepter des informations erronées qui semblent logiquement cohérentes à première vue.
- **Biais Cognitifs et Processus Mentaux :**
Étudier comment les mécanismes psychologiques – souvent exploités par les fake news – influencent notre capacité à évaluer de manière rationnelle l'information. Cela ouvre un débat sur l'interaction entre la rationalité formelle et la psychologie humaine.

3. Éthique de l'Information et Responsabilité Médiatique

- **Responsabilité des Acteurs de l'Information :**
Se pencher sur les devoirs éthiques des journalistes, des plateformes de réseaux sociaux et des institutions dans la diffusion et la vérification des informations. Quelles sont les obligations morales pour garantir un espace public où le vrai prédomine sur le faux ?
- **Impact de la Désinformation sur la Société :**
Analyser comment la diffusion de fausses informations affecte le débat public, la confiance dans les institutions et la cohésion sociale. Ce point soulève des questions sur la régulation et la gouvernance de l'information.

4. Philosophie Politique et Pouvoir

- **Manipulation et Contrôle de l'Information :**
Examiner comment les fake news et théories du complot peuvent être utilisées comme instruments de pouvoir pour influencer l'opinion publique, affaiblir la confiance dans la démocratie et redistribuer les cartes du pouvoir.
- **Pluralisme et Démocratie :**
Débattre de la manière dont un espace public sain peut être préservé lorsque les mécanismes de contrôle de l'information sont fragilisés par la désinformation.

5. Approche Pragmatique et Conséquentialiste

- **Vérité comme Fonctionnalité Pratique :**
Adopter une perspective pragmatiste (inspirée de Dewey ou Peirce) en évaluant la vérité selon son efficacité et ses conséquences pratiques. Cela soulève le débat sur la manière dont les croyances influencent les comportements et les décisions individuelles et collectives.
- **Évaluation par les Résultats :**
Discuter de l'idée que la valeur d'une information peut être mesurée par ses retombées

concrètes sur la société et la vie quotidienne, même si son statut de "vérité" reste contesté sur le plan formel.

Conclusion

Ces angles d'approche invitent à une réflexion interdisciplinaire réunissant épistémologie, logique, psychologie, éthique et philosophie politique. Le débat philosophique ainsi amorcé ne cherche pas seulement à identifier ce qui est vrai ou faux, mais aussi à comprendre les mécanismes par lesquels nous construisons, diffusons et validons nos savoirs dans un monde de plus en plus saturé d'informations contradictoires. Ce cadre de réflexion permet d'interroger en profondeur les fondements de notre rapport à la connaissance et aux pratiques de communication actuelles.

Question

Avec humour, dans mes prises de notes préalables à cette discussion, je m'étais dit que la détection d'une contradiction ou d'une incohérence pouvait servir à détecter la fausseté d'un discours, et donc le disqualifier. Peux-tu en tirer quelque chose ?

Raisonnement terminé pendant 20 secondes

Hum, l'idée de la détection de contradictions pour disqualifier un discours me semble intéressante. D'un côté, c'est vrai que repérer des incohérences peut être un bon moyen de remettre en question la véracité d'une argumentation. Cependant, j'imagine qu'il faut revenir à la nuance : certains discours peuvent comporter des contradictions sans être complètement faux. Peut-être faudrait-il aussi envisager d'autres critères, comme la logique ou les preuves derrière un argument.

L'idée de détecter une contradiction pour discréditer un discours est intéressante, mais il faut être nuancé. Bien sûr, une contradiction peut signaler des erreurs logiques, mais ce n'est pas toujours suffisant pour rejeter un argument entier. Le théorème de l'explosion montre qu'une contradiction permettrait de déduire n'importe quoi, mais dans un débat, ce n'est qu'indicateur d'un manque de rigueur. En somme, une seule contradiction ne suffit pas – il faut aussi analyser l'ensemble du discours pour déceler des incohérences plus profondes.

Réponse

Il est amusant d'imaginer un « détecteur de contradictions » comme un appareil capable de sonner l'alarme à chaque incohérence dans un discours. Cette idée repose sur un principe philosophique classique : **le principe de non-contradiction**, qui stipule qu'une proposition ne peut être à la fois vraie et fausse. Voici quelques pistes pour en tirer des enseignements :

- **Indicateur de manque de rigueur :**

Une contradiction flagrante dans un discours peut signaler un raisonnement peu rigoureux ou bâclé. Comme en logique formelle, où une contradiction peut « tout exploser » (principe d'explosion), dans le débat public elle peut inviter à remettre en question la crédibilité de l'argumentation.

Toutefois, attention : une contradiction n'est pas toujours synonyme d'erreur intentionnelle. Parfois, il s'agit d'un malentendu ou d'une ambiguïté linguistique qui mérite clarification.

- **Point de départ pour le questionnement critique :**
Repérer une incohérence offre l'occasion d'exiger des précisions. Ce n'est pas un moyen de disqualifier d'emblée un discours, mais plutôt un levier pour engager une discussion plus fine et exiger une révision des arguments.
- **Usage rhétorique et ironie :**
Il faut aussi tenir compte que certains discours jouent volontairement avec les contradictions pour critiquer ou souligner des incohérences sociales ou politiques. Ici, l'ironie et la provocation peuvent être des outils de dénonciation plutôt que des indicateurs d'inexactitude pure.
- **L'analogie avec le puzzle :**
Imaginez un discours comme un puzzle. Si deux pièces sont manifestement en décalage, cela remet en cause l'image globale. De la même manière, une contradiction peut être vue comme une pièce défectueuse dans l'argumentation qui affaiblit l'ensemble du discours.

En résumé, la détection d'une contradiction—si elle est bien interprétée—peut servir à révéler des failles dans la construction d'un discours. Elle invite à une vigilance accrue et à un questionnement critique, sans pour autant constituer à elle seule la preuve de la fausseté de l'ensemble des propos. Cette approche, tout en gardant une touche d'humour, s'inscrit pleinement dans la tradition philosophique d'exiger cohérence et clarté dans nos raisonnements.

Question

Que penser de cette citation de Courteline : « Les femmes sont tellement menteuses qu'on ne peut même pas croire le contraire de ce qu'elles disent. » ?

Raisonnement terminé pendant 18 secondes

La citation de Courteline semble être un exemple de comique axé sur des stéréotypes sexistes. Elle dépeint les femmes comme des menteuses, ce qui renforce une vision réductrice et fautive. D'un point de vue philosophique, cela peut mener à une réflexion sur l'impact des préjugés dans l'humour. Bien que cela puisse être perçu comme une blague humoristique à l'époque, aujourd'hui, ce type de généralisation peut être problématique et invite à interroger les stéréotypes de genre.

Courteline, humoriste français, était connu pour ses remarques satiriques. Cette citation pourrait être perçue comme une exagération ironique, typique de son style, mais elle véhicule aussi des stéréotypes sexistes. Dans son époque, de telles attitudes étaient courantes, mais aujourd'hui, on peut voir cette déclaration comme une généralisation réductrice. Elle illustre un préjugé social, mettant en lumière la nécessité de remettre en question les clichés sur les femmes. Cette citation doit donc être analysée avec un regard critique.

Réponse

La citation de Courteline, qui joue sur une hyperbole absurde, se situe à la frontière entre satire et stéréotype. Voici quelques pistes pour l'analyser :

1. Un humour satirique de l'époque

Courteline, humoriste du début du XX^e siècle, est connu pour ses observations mordantes sur les travers de la société. Ici, la phrase use de l'exagération pour créer un effet comique. L'humour satirique visait souvent à dénoncer, par le biais de caricatures, des comportements ou des idées préjugées plutôt qu'à établir une vérité littérale.

2. Le jeu paradoxal de la communication

La citation présente une forme d'ironie : en prétendant que « les femmes sont tellement menteuses » qu'on ne peut croire ni leur affirmation ni sa négation, elle met en lumière l'impossibilité de faire confiance à une simple déclaration. Ce jeu sur la contradiction apparente ouvre une réflexion sur la complexité des relations verbales et la difficulté de discerner le vrai du faux⁵ dans des contextes empreints d'ambiguïté.

3. Une généralisation problématique

Si l'intention de Courteline était avant tout humoristique, il faut reconnaître que cette généralisation est réductrice et peut être perçue aujourd'hui comme une vision sexiste. La formulation tend à enfermer un groupe dans un stéréotype négatif, renforçant ainsi des préjugés qui n'ont pas lieu d'être dans une analyse critique et égalitaire de la communication.

4. Enjeux contemporains

Dans notre époque, où la question de la désinformation et des biais cognitifs est centrale, une telle citation pourrait être utilisée pour illustrer comment les préjugés peuvent fausser notre perception du discours d'autrui. Elle nous invite à interroger la manière dont des généralisations simplistes nuisent à la confiance et au dialogue authentique entre les individus.

Conclusion

En somme, si la citation de Courteline peut être appréciée comme une expression de l'humour satirique de son temps, elle soulève aussi des questions éthiques et épistémologiques pertinentes aujourd'hui. Elle nous rappelle qu'il est essentiel de dépasser les généralisations et de cultiver une approche critique pour discerner le vrai du faux, qu'il s'agisse de discours individuels ou de récits collectifs.

Conclusion

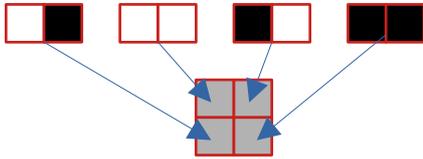
Cette conclusion n'est pas une introduction, ou plutôt, cette introduction n'a pas de conclusion, comme dans le paradoxe du menteur : cette phrase est fausse.

5 C'est moi qui souligne.

Annexe

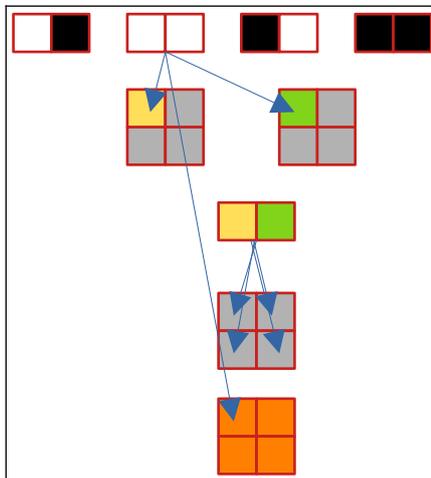
[1] Résoudre graphiquement une formule

Je commence par prendre une nouvelle convention en cohérence avec les précédentes. J'utilise chaque type de domino pour désigner chaque quadrant d'un pavé.



En fait cela revient au même, les deux arguments de la fonction logique sont simplement associés.

Maintenant, je souhaite appliquer une fonction à deux autres fonctions. Pour cela, je construis le résultat, en calculant tour à tour chaque quadrant. Je prends le premier quadrant de chaque fonction argument pour former un domino. Ce nouveau domino désigne un quadrant dans la fonction, et le résultat est placé dans le premier quadrant du résultat final. Puis idem pour les 3 quadrants suivants.



En haut, on itère sur les 4 dominos possibles, ils désignent chacun leur tour le même quadrant de chaque argument ainsi que celui du résultat final. Sur la figure, le domino blanc-blanc désigne le quadrant gauche-haut des arguments qui sont représentés en jaune et vert. On les assemble pour former un domino désignant à son tour un des quatre quadrants de la fonction, en gris. Enfin la couleur du carré désigné dans la fonction est reportée dans le quadrant du résultat sélectionné par le domino du haut.

Par exemple, je souhaite montrer que si A implique B et B implique A, alors A et B sont équivalents.

$A \Rightarrow B$, soit $\neg A + B$, c'est :

$B \Rightarrow A$ est son symétrique par rapport à la diagonale. C'est-à-dire $A + \neg B$.

La conjonction $A.B$ est

La formule $(A \Rightarrow B).(B \Rightarrow A)$ se calcule en appliquant cette dernière aux deux premières.

	<p>Traitement du quadrant blanc-blanc. Dans les deux arguments, ce quadrant est noir. Donc le résultat est pris du quadrant noir-noir de la fonction, c'est-à-dire en bas à gauche, et il est rangé dans le quadrant blanc-blanc du résultat final.</p>
	<p>On réitère sur les trois autres quadrants en procédant de la même façon.</p> <p>Le résultat final est </p> <p>$A = B$</p> <p>Ce qu'on voulait démontrer.</p>

[2] Page d'expérimentation Cyclonium :

<https://www.cyclonium.com/atelier/logique/logique.html>

J'ai créé cette page Internet pour visualiser ce petit monde logique.



Les particules initiales sont des bits (0 ou 1) = carrés noirs ou blanc, que l'on crée en cliquant dans la zone supérieure de la page.

Les particules sont animées et sujettes à des interactions. La partie inférieure permet de modifier les paramètres de la simulation : température, inertie, frottement, forces attractives et répulsives...

Les bits peuvent s'associer par deux, lors de collisions, pour former des dominos (paires de bits, ordonnées, possédant en interne un bit gauche-un bit droite).

Lors d'une collision entre un bit et un domino, si la vitesse est trop forte, la liaison des bits du domino casse et les deux bits initialement associés sont réémis.

Si la collision est moins violente, le bit s'associe dans un état transitoire avec le domino :

Le bit désigne soit le bit de gauche du domino s'il est blanc, soit le bit de droite s'il est noir.

Le domino est dans cet état "excité" pendant un moment, puis, il absorbe le bit et le réémet en ayant changé sa couleur en fonction de la couleur de son bit interne sélectionné. Les dominos sont donc en bijection avec les 4 fonctions logiques à une variable booléenne.

Collision entre deux dominos :

- Si la vitesse est trop forte, les deux dominos fissionnent, résultant en la disparition des dominos et l'émission de 4 bits indépendants.

- Si la vitesse est faible, deux cas possibles :

1/ Collision principalement le long de l'axe droite-gauche

2/ Collision principalement haut-bas

Cas 1 : le plus lent des deux dominos passe dans un état excité avec l'autre domino en drapeau, c'est-à-dire en argument, et transforme successivement chaque bit de l'autre domino pour réémettre un domino transformé.

Cas 2 : l'association des deux dominos celui du haut et celui du bas forme une nouvelle particule : le pavé 2x2, ou *quartet*.

Nous avons donc : des bits, des dominos et des quartets.

Les quartets sont en bijection avec les 16 fonctions logiques à deux variables booléennes.

Pour qu'un quartet puisse agir, il faut au moins deux bits, qui peuvent être indépendants, l'un après l'autre ou déjà associés dans un domino.

Le quartet possède deux phases excitées : 1 argument collé (sélecteur droite-gauche), 2 arguments collés (droite-gauche et haut-bas).

Un quartet peut aussi agir sur deux bifaces ou même deux quartets, en transformant les bits pris deux à deux en même position.

La collision quartet / bit

À grande vitesse : le quartet est fissionné en deux dominos, rupture droite-gauche ou rupture haut-bas selon l'angle d'incidence.

À vitesse faible : passage à la phase suivante 0 argument => 1 argument, 1 argument => 2 arguments.

La collision quartet / domino ou domino / quartet :

- si le quartet est déjà en phase 1 avec un domino, c'est le quartet qui passe en phase 2 et agit.

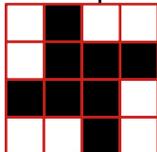
- si le quartet est en phase 1 avec autre chose, ou en phase 2, il n'y a pas d'interaction.

- sinon, la plus lente des deux particules agit en tant que fonction et la plus rapide en tant qu'argument.

[3] Le cœur me pique

♥♥♥♥♠♥♥♠♠♥♥♠♠♠♠

Dans le second paragraphe de ce texte, je montre une disposition en 2 dimensions des carrés noirs et blancs permettant de générer de façon la plus compacte possible les seize pavés.



Cependant, la même chose est possible en une seule dimension : la séquence ♥♥♥♥♠♥♥♠♠♥♥♠♠♠♠ rebouclée en collier, possède 16 signes de deux sortes, et si on déplace une fenêtre de 4 signes au dessus de la séquence, on obtiendra les 16 combinaisons de 4 signes pris parmi 2 éléments, vrai ou faux, cœur ou pique, 0 ou 1.

♥	♥	♥	♥	♠	♥	♥	♠	♠	♥	♠	♥	♠	♠	♠	♠
0	1	2	4	9	3	6	13	10	5	11	7	15	14	12	8
0000	0001	0010	0100	1001	0011	0110	1101	1010	0101	1011	0111	1111	1110	1100	1000

Pour générer la séquence ♥♥♥♥♠♥♥♠♠♥♥♠♠♠♠, j'ai utilisé une page de Cyclonium, <https://www.cyclonium.com/atelier/mots/MotsDeLyndon.html>

Les explications sont dans ce document :

https://www.cyclonium.com/atelier/mots/MotsDeDeBruijn_MotsDeLyndon_LeCoeurMePique.pdf

Références

Logique classique

https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique_classique

Loi de De Morgan

https://fr.wikipedia.org/wiki/Lois_de_De_Morgan

Implication

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Implication_\(logique\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Implication_(logique))

Logique intuitionniste

https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique_intuitionniste

Logique paracohérente

https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique_paracoh%C3%A9rente

Logique triviale

https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique_triviale

Arend Heyting

https://fr.wikipedia.org/wiki/Arend_Heyting

Paradoxe du menteur

<https://www.techno-science.net/definition/6221.html>

Page d'expérimentation Cyclonium :

<https://www.cyclonium.com/atelier/logique/logique.html>

Le Théorème de Gödel (VIDÉO)

<https://www.arte.tv/fr/videos/097454-007-A/voyages-au-pays-des-maths/>

[Conférences] Profil psychologique du complotiste et ses croyances

<https://www.youtube.com/watch?v=kziCu-NaszY>

Grosse fatigue sur le Net | ARTE

<https://www.youtube.com/watch?v=EhTZtA4QhoU>

*Un homme disait qu'il
était en train de
mentir. Ce que
l'homme disait est-il
vrai ou faux ?
Attribué à Eubulide de
Milet, IV^e siècle av. J.-
C.*